

2021-2022 учебный год



МАТЕМАТИКА

ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП

7 класс

Максимальное количество баллов за задания:

Задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Сумма
Количество баллов	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	36

Все оценки должны быть целыми числами, дробные оценки не допускаются!

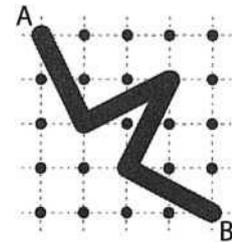
ОТВЕТЫ И РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПРОВЕРКИ

1. 2 балла за правильный ответ. Максимально 2 балла

Например, $12 + 3 + 4 - 5 + 6 - 7 = 13$

2. 2 балла за правильный ответ. Максимально 2 балла

См. рисунок.



3. 10 метров – 2 балла за правильный ответ. Максимально 2 балла

Комментарий. $1,5 : (1 - 2/5) \cdot 2 \cdot 2 = 10$ (м).

4. 432 – 2 балла за правильный ответ. Максимально 2 балла

Комментарий. Из условия следует уравнение: $100a + 10b + 4 = 0,75(400 + 10a + b)$. После умножения на 4 уравнение принимает вид $4(100a + 10b + 4) = 3(400 + 10a + b)$. После упрощений получаем $370a + 37b = 1184$, или $10a + b = 32$. Поэтому $a = 3$, $b = 2$. Число Маши равно 432.

5. 243 числа – 3 балла за правильный ответ. Максимально 3 балла

Комментарий. Начнём с того, что выберем цифру сотен. Так как мы не можем использовать 0, будет 9 вариантов. Тогда если цифра сотен не повторяется, то есть 9 способов выбрать цифру для десятков и единиц. (Эта цифра не может быть равна цифре сотен, но зато может быть нулём). Получается $9 \cdot 9$ таких чисел. Если цифра сотен используется дважды, то есть 2 способа выбрать для неё вторую позицию (десятки или единицы) и 9 способов выбрать ещё одну цифру. Получается $9 \cdot 2 \cdot 9$ таких чисел. Ответ: $9 \cdot 2 \cdot 9 + 9 \cdot 9 = 243$ числа.

6. 3 балла за правильный обоснованный ответ. За ответ без обоснования ставить 0 баллов.

Максимально 3 балла

Не может. Что бы ни делал профессор, самое левое число всегда остаётся меньше своего соседа справа.

7. 3 балла за правильный обоснованный ответ. За ответ без обоснования ставить 0 баллов.
Максимально 3 балла

Нет. Птицы не могут собраться на одном дереве. Перенумеруем деревья: 1, 2, 3, 4, 5 и 6. Тогда чётность суммарного количества птиц на деревьях с нечётными номерами не меняется.

8. 3 балла за правильный обоснованный ответ. За ответ без обоснования ставить 1 балл.
Максимально 3 балла

Нет. Фигура состоит из $3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 11 = 46$ маленьких треугольников. Поэтому каждая из 23 одинаковых частей должна состоять из двух треугольников с общей стороной. Раскрасим треугольники в чередующиеся цвета – чёрный и белый. В каждой части должен быть один чёрный и один белый треугольник. Но при раскраске получается 21 чёрный и 25 белых треугольников (или наоборот). Поэтому разрезать фигуру требуемым способом невозможно.

9. 142 857 – 4 балла за правильный ответ. Максимально 4 балла

Комментарий. Исходное число имеет вид $1abcde$. После перестановки цифры 1 в конец получаем $abcde1$. Первое число имеет вид $100\,000 + abcde$, а второе – $10abcde + 1$. Для краткости обозначим $X = abcde$. Тогда условие задачи можно записать в виде $3(100\,000 + X) = 10X + 1$. Отсюда последовательно получаем $300\,000 + 3X = 10X + 1$; $7X = 299\,999$ и $X = 42\,857$. Поэтому ответ: 142 857.

10. 4 балла за правильный обоснованный ответ. Максимально 4 балла

Пусть всего было решено X задач. За каждую задачу даётся 7 конфет. С одной стороны, общее количество выданных конфет должно быть равно $7X$, а с другой стороны, оно равно $3 \cdot 20 = 60$. Однако 60 не делится на 7.

11. 15 способов – 4 балла за правильный ответ. Максимально 4 балла

Комментарий. Цвета 12 шаров уже predetermined: должно быть 4 красных, 4 синих и 4 зелёных шара. Поэтому мы можем выбирать цвета только для 4 оставшихся шаров. Тогда есть три различных случая:

- Все 4 шара имеют один цвет. Таких способов, очевидно, 3.
- Среди 4 шаров есть ровно два цвета. Пару цветов можно выбрать 3 способами, а затем 3 способами можно выбрать 4 шара этих двух цветов: например, 1 красный и 3 синих, 2 красных и 2 синих, 3 красных и 1 синий.
- Среди 4 шаров есть все три цвета. Это означает, что количество шаров разных цветов – 2, 1 и 1. Поэтому имеется 3 способа (2 красных, зелёный, синий; 2 зелёных, синий, красный; 2 синих, красный, зелёный).

Всего получаем $3 + 3 \cdot 3 + 3 = 15$.

12. 4 балла за правильный обоснованный ответ. Максимально 4 балла

Выберем для проверки два яблока, между которыми три яблока с одной стороны и два яблока с другой стороны. Эти яблоки слишком далеко друг от друга, чтобы быть ядовитыми одновременно. Поэтому если прибор покажет одинаковый уровень яда, то оба эти яблока хорошие. Если же прибор покажет разный уровень яда, то мы находим одно хорошее и одно ядовитое яблоко. Тогда мы можем безошибочно указать ещё одно хорошее яблоко. Оно лежит рядом с найденным хорошим – с той стороны, где до ядовитого расстояние три яблока.